



Grupo de Estudo de Operação de Sistemas Elétricos-GOP

**IMPACTO DA MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA NO PROBLEMA DA
PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA**

**GILSEU VON MUHLEN(1); ERLON CRISTIAN FINARDI(1); MURILO REOLON SCUZZIATO(2);
UFSC(1);IFSC(2);**

RESUMO

Este trabalho apresenta uma comparação de diferentes modelagens para a função de produção hidrelétrica (FPH) aplicadas ao problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética. A FPH é representada por aproximações lineares por partes, fazendo o uso de um algoritmo de *Convex Hull* (CH) e minimização do erro quadrático (EQ). As duas abordagens geram modelos de FPH que representam as unidades geradoras (UG) de forma individualizada ou agregada. Para analisar o impacto dessas diferentes abordagens utiliza-se um sistema baseado no Sistema Interligado Nacional, composto por 152 UHEs, 132 usinas térmicas e 5 subsistemas.

PALAVRAS-CHAVE

Função de Produção Hidrelétrica, Programação Diária de Operação Eletroenergética, Sistemas Hidrotérmicos.

1.0 - INTRODUÇÃO

O problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética (PDE) consiste em determinar o despacho horário das usinas para o dia seguinte. Como resultado da PDE são definidas quais unidades devem operar e seus respectivos níveis de geração para atender a demanda de energia do sistema, considerando restrições operativas das usinas e restrições elétricas do sistema, de modo que o mínimo custo de operação seja alcançado. Para garantir as necessidades presentes e futuras de energia no sistema elétrico é fundamental fazer estudos de planejamento da operação energética. Uma vez que existem muitas complexidades envolvidas, tais como a incorporação de incertezas, acoplamento temporal e espacial e o grande porte do problema, torna-se inviável a adoção de um modelo único para o planejamento da operação energética [1]. Assim, no caso brasileiro, o planejamento é subdividido em três etapas coordenadas entre si, as quais atualmente são denominadas de: Planejamento de médio prazo: [2]–[4]; Planejamento de curto prazo [5]–[7]; Programação diária da operação eletroenergética: [5], [8]–[10].

Na PDE a geração horária das usinas deve ser determinada de forma coordenada, considerando vários fatores, como a representação da interligação elétrica entre as usinas, o acoplamento hidráulico das UHEs em cascata, e também o acoplamento temporal das decisões dos reservatórios [5]. O que resulta em um grande número de restrições que requerem uma formulação com variáveis inteiras, tornando o problema da PDE complexo, principalmente em um sistema de grande porte, como o brasileiro. Devido à complexidade e a necessidade de execução em tempo compatível com a necessidade da programação diária, além da linearização, outras simplificações são consideradas. Uma delas é a representação das UGs de uma dada UHE por meio de uma unidade equivalente. Embora para algumas condições operativas e tipos de UHEs tal estratégia possa ser adequada, ao agrupar um conjunto de UGs, mesmo que as unidades sejam idênticas, impede-se que as zonas proibidas de operação sejam consideradas. Ademais, neste caso não é possível representar precisamente limites

no número de partidas de cada unidade ao longo do horizonte de estudo. Nesse sentido, o objetivo principal deste trabalho é analisar o impacto da modelagem da FPH no problema da PDE.

2.0 - MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA

A energia elétrica produzida por uma unidade geradora depende da queda líquida (h), da vazão turbinada na unidade (q) e do rendimento global da unidade (η). A expressão matemática dada por esse processo é definida como FPH, a qual representa o comportamento da potência em função das demais variáveis. Nota-se que apenas q é por si só uma variável do problema, sendo que h e η dependem de outras variáveis que são definidas pela operação de uma UHE, conforme detalhado a seguir. Inicialmente, a potência de uma UG é dada por:

$$ph = \mathbf{G} \cdot \eta \cdot h \cdot q \quad (2.1)$$

Em que: ph é a potência ativa UG (MW); \mathbf{G} é uma constante dada por $9,81 \cdot 10^{-3}$, que representa o produto da massa específica da água pela aceleração da gravidade ($\text{kg}/\text{m}^2\text{s}^2$) multiplicado ainda por 10^{-6} para transformar W em MW.

A diferença entre o nível de montante e o nível de jusante define a altura de queda bruta (hb). No caso brasileiro, tanto o nível de montante quanto o nível de jusante são representados por polinômios de até quarta ordem. Portanto, hb é dado pelo seguinte polinômio:

$$\begin{aligned} hb &= fcm(v) - fcj(w, s) \\ hb &= \mathbf{A0} + \mathbf{A1} \cdot v + \mathbf{A2} \cdot v^2 + \mathbf{A3} \cdot v^3 + \mathbf{A4} \cdot v^4 - \mathbf{B0} - \mathbf{B1} \cdot (w + s) - \mathbf{B2} \cdot (w + s)^2 - \mathbf{B3} \cdot (w + s)^3 - \mathbf{B4} \cdot (w + s)^4 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Em que: $fcm(\cdot)$ é a função cota de montante, a qual depende do volume armazenado no reservatório (v) em (hm^3); $fcj(\cdot)$ é a função de cota de jusante, a qual depende da vazão turbinada da usina (w) e do vertimento (s), ambos em (m^3/s). Nota-se que w é dado pelo somatório de todas as vazões turbinadas nas UGs; $\mathbf{A0}, \dots, \mathbf{A4}$ são os coeficientes do polinômio de cota de montante; $\mathbf{B0}, \dots, \mathbf{B4}$ são os coeficientes do polinômio de cota de jusante.

Quando a água é conduzida pelos condutos forçados ocorrem perdas hidráulicas, as quais basicamente estão associadas ao atrito. Portanto, nem todo o potencial energético associado com hb fica disponível para a conversão de energia. Sendo assim, a altura de queda efetiva, denominada queda líquida, é aquela em que essas perdas são descontadas da queda bruta. Geralmente em estudos de planejamento energético as perdas hidráulicas são representadas de forma aproximada por uma função quadrática em função de q [8]. Portanto, a altura de queda líquida é dada por:

$$h = hb - \mathbf{C} \cdot q^2 \quad (2.3)$$

Acima, \mathbf{C} é uma constante dada em s^2/m^5 .

Ainda com relação a FPH (2.1) outro aspecto que influência na potência gerada é o rendimento da unidade, o qual é dado pelo produto entre os rendimentos hidráulico e mecânico da turbina com o rendimento elétrico do gerador. Neste trabalho, consideram-se os dois últimos rendimentos como sendo unitários. Por sua vez, o rendimento hidráulico depende de h e q . Este inter-relacionamento é bastante complexo, sendo normalmente expresso por meio de curvas de desempenho (curvas-colina) para cada UG. Em geral, obtém-se uma boa aproximação do rendimento hidráulico por meio de um polinômio de segunda ordem [11]. Desta forma, neste trabalho, o rendimento da UG é modelado por meio de uma função quadrática estritamente côncava, conforme:

$$\eta = \mathbf{D0} + \mathbf{D1} \cdot q + \mathbf{D2} \cdot h + \mathbf{D3} \cdot q \cdot h + \mathbf{D4} \cdot q^2 + \mathbf{D5} \cdot h^2 \quad (2.4)$$

Em que: $\mathbf{D0}, \dots, \mathbf{D5}$ são os coeficientes de rendimento.

3.0 - APROXIMAÇÃO LINEAR POR PARTES DA FPH

Neste trabalho a linearização realizada baseia-se em técnicas de *convex hull* (CH) proposta em [12] e em técnicas de minimização da soma do erro quadrático (EQ) [13]. A metodologia CH constrói uma envoltória superior da FPH, dada por uma função côncava, composta por várias aproximações lineares. Por sua vez, a técnica EQ resolve um problema de programação quadrática inteiro misto para definir, em uma dada divisão do domínio da função, um hiperplano resultante da minimização da soma do erro quadrático em relação a FPH não linear. Uma das vantagens desta técnica é a possibilidade de escolha do número de planos, bem como, quais pontos cada plano representará, porem para a modelagem agregada se fez necessário alguns ajustes no modelo de otimização, estes detalhes podem ser encontrados em [14].

Em [12] apresenta-se uma representação linearizada da FPH baseada no CH, no entanto os autores utilizam uma abordagem para UGs agregada, o que limita a sua função em apenas três dimensões. Ao se aplicar essa mesma metodologia para unidades individualizadas é necessária uma dimensão adicional na FPH, tornando mais complexa a aproximação linear. Para contornar esse problema na dimensionalidade propõe-se neste trabalho formular a FPH em função de q e hb , conforme descrito a seguir. Inicialmente, por (2.3) tem-se que h é uma função

de hb e q , i.e., $h = f(hb, q)$. Por sua vez, em (2.4) tem-se que $\eta = f(h, q)$ e, dado que $h = f(hb, q)$, resulta em $\eta = f(hb, q)$. Aplicando-se as expressões $h = f(hb, q)$ e $\eta = f(hb, q)$, a FPH de uma dada UG pode ser escrita da seguinte maneira:

$$ph = \mathbf{G} \cdot \eta(hb, q) \cdot f(hb, q) \cdot q \quad (3.1)$$

Contudo, a desvantagem ao usar essa estratégia é a necessidade de incluir uma restrição não linear, (2.2), no modelo. Assim, naturalmente, deve-se linearizar (2.2), o qual pode ser feito separadamente para as funções de cota de montante e de jusante, por meio de técnicas de interpolação. Além disso, vale destacar que a FPH agregada também pode ser representada com base em (3.1).

Combinando-se as diferentes metodologias de linearização, a dimensão considerada na função e a forma de representar as UGs (individualizada ou agregada) tem-se algumas combinações possíveis para modelar a FPH. Neste trabalho a FPH é representada de dez maneiras diferentes, sendo duas delas considerando o modelo com UGs individualizadas e as restantes para unidades agregadas. Abaixo estão descritas as representações utilizadas para incluir o modelo da FPH no problema inteiro-misto da PDE.

- *ph1*: FPH linear por partes individualizada, modelada em função de q e hb , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método EQ;
- *ph2*: FPH linear por partes individualizada, modelada em função de q e hb , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método CH.
- *ph3*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de w e hb , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método EQ, com $0 \leq w \leq \mathbf{W}^{\max}$, em que \mathbf{W}^{\max} é o máximo valor de vazão turbinada na UHE;
- *ph4*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de w e hb , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método CH, com $0 \leq w \leq \mathbf{W}^{\max}$;
- *ph5*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de v , w e s , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método EQ, com $0 \leq w \leq \mathbf{W}^{\max}$;
- *ph6*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de v , w e s , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método CH, com $0 \leq w \leq \mathbf{W}^{\max}$;
- *ph7*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de w e hb , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método EQ, com $\mathbf{W}^{\min} \cdot z \leq w \leq \mathbf{W}^{\max} \cdot z$, em que \mathbf{W}^{\min} é o mínimo valor de vazão turbinada na UHE (associado com a zona operativa da usina operando com apenas uma UG) e z é uma variável binária igual a 1 se a UHE está operando e igual a 0, caso contrário;
- *ph8*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de w e hb , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método CH, com $\mathbf{W}^{\min} \cdot z \leq w \leq \mathbf{W}^{\max} \cdot z$;
- *ph9*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de v , w e s , cujos coeficientes dos planos são obtidos pelo método EQ, com $\mathbf{W}^{\min} \cdot z \leq w \leq \mathbf{W}^{\max} \cdot z$;
- *ph10*: FPH linear por partes agregada, modelada em função de v , w e s , cujos coeficientes dos hiperplanos são obtidos pelo método CH, com $\mathbf{W}^{\min} \cdot z \leq w \leq \mathbf{W}^{\max} \cdot z$.

Destaca-se que os modelos *ph1* e *ph2* são idênticos, exceto que os valores das constantes dos hiperplanos são diferentes em função de serem obtidos por meio de técnicas de linearização distintas. A mesma situação acontece entre os modelos *ph3* e *ph4*, *ph5* e *ph6*, *ph7* e *ph8*, e por fim, entre *ph9* e *ph10*. Além disso, os modelos *ph3*, *ph4*, *ph5* e *ph6*, não utilizam variáveis binárias na representação das usinas hidrelétricas.

4.0 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O objetivo do problema da PDE é determinar o despacho das usinas que minimize o custo de operação do sistema. Neste trabalho considera-se um horizonte de estudo de uma semana com discretização horária. A função objetivo do problema é composta por quatro termos. O primeiro é dado pelo custo variável unitário (**CVU**) de geração termelétrica. O segundo temos está relacionado ao custo de ligar as termelétricas (**CP**). Por sua vez, o terceiro, está relacionado a um eventual corte de carga, isto é, aplica-se uma penalidade caso não seja possível atender a demanda (**C_{def}**). Por fim, o último termo é dado pelo valor futuro da água armazenada nos reservatórios (α). Neste contexto, a função objetivo é dada por:

$$\min f = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (\mathbf{CVU}_i \cdot pt_{it} + \mathbf{CP}_i \cdot up_{it}) + \mathbf{C}_{def} \cdot def_t + \alpha \quad (4.1)$$

Em que pt é a potência gerada pela termelétrica i no instante de tempo t ; up representa a partida da termelétrica.

Por sua vez, as restrições do problema são divididas em quatro conjuntos distintos, de acordo com as características do problema. Os conjuntos de restrições são dados por Ω_{RT} , Ω_{OT} , Ω_{OR} e Ω_{PH} , e representam a rede de transmissão, a operação das termelétricas, modelagem dos reservatórios e a produção de energia nas hidrelétricas, respectivamente. Neste trabalho o conjunto Ω_{RT} é dado por um modelo de barra única, conforme equação abaixo.

$$\sum_{i=1}^I ph_{it} + \sum_{i=1}^I pt_{it} + def_t = \mathbf{D}_t \quad (4.2)$$

Em que: ph é a potência gerada pela hidrelétrica i no instante de tempo t ; def é o deficit no instante de tempo t ; \mathbf{D} é a demanda no instante de tempo t .

Por sua vez, a modelagem das termelétricas, Ω_{OT} , é baseada em [15], em que é proposta uma variável binária para indicar quando a usina é ligada e outra para indicar quando a usina é desligada. Além disso, nesta modelagem a região viável de geração é deslocada para um valor entre zero e a diferença entre \mathbf{PT}^{max} e \mathbf{PT}^{min} . Consequentemente a potência gerada pela usina é dada por $pt + u \cdot \mathbf{PT}^{min}$. Esta modelagem evita a descontinuidade entre zero e o valor mínimo de geração facilitando a solução do problema inteiro misto.

Uma das principais características associada à operação dos reservatórios é expressa pela equação de balanço hídrico (4.3). Embasada no princípio da conservação da massa d'água, o volume no final de um período é igual ao volume no início do período mais a diferença entre os volumes afluente e defluente no reservatório e o acoplamento entre os reservatórios imediatamente a montante situados no mesmo rio. Esta consideração é importante, haja vista que é comum a presença de usinas em cascata no SIN. Adicionalmente, em Ω_{OR} deve-se considerar as restrições de volume mínimo e máximo, e o limite máximo de vazão vertida (4.4). A coordenação da operação diária com os modelos de curto prazo é realizada pelo acoplamento da FCF ao final do horizonte de estudo (4.5).

$$v_{rt} - v_{r,t-1} + 0,0036 \cdot \left[d_{rt} - \sum_{r^+ \in \mathfrak{R}_r^+} d_{r^+,t-\tau} \right] = 0,0036 \cdot y_{rt} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{V}_r^{min} \leq v_{rt} \leq \mathbf{V}_r^{max}, \quad s_{rt} \leq \mathbf{S}_r^{max} \quad (4.4)$$

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_{rm} v_{rT} \geq \alpha_{0m}, m = 1, \mathbf{M} \quad (4.5)$$

Onde: v_{rt} é o volume do reservatório r no final do período t (hm^3); d_{rt} é a vazão defluente do reservatório r no período t (m^3/s), sendo composta pela vazão turbinada total da usina e sua vazão vertida; \mathfrak{R}_r^+ é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório r ; τ é o tempo de viagem da água entre os reservatórios r^+ e r (h); y_{rt} é a vazão afluente incremental do reservatório r no período t (m^3/s); $\mathbf{V}_r^{min(max)}$ é o volume mínimo (máximo) do reservatório r (hm^3); s_{rt} é a vazão vertida no reservatório r no período t (m^3/s); \mathbf{S}_r^{max} é a vazão vertida máxima do reservatório r (m^3/s); α é a variável escalar positiva que representa o custo total de operação do final do horizonte da programação até o final do horizonte avaliado pelo modelo de planejamento de curto prazo [R\$]; v_{rT} é o volume armazenado no reservatório r ao final do horizonte da programação; π_{rm} é o fator constante associado ao reservatório r e ao m -ésimo segmento linear por partes da função de custo futuro; α_{0m} é o termo independente associado ao m -ésimo segmento linear por partes da FCF; \mathbf{M} é a quantidade de aproximações lineares utilizada na modelagem da função de custo futuro.

Vale destacar que a modelagem utilizada nos conjuntos de restrições Ω_{RT} , Ω_{OT} , Ω_{OR} é independente das metodologias utilizadas nas aproximações da FPH, portanto as estratégias propostas também podem ser usadas com representações distintas das apresentadas anteriormente para os demais componentes do sistema.

O conjunto de restrições que modela a produção hidrelétrica, Ω_{PH} , é dado por um conjunto de hiperplanos, i.e., por meio de funções lineares por partes. Neste sentido, na sequência apresenta-se a formulação da FPH para cada modelagem proposta no capítulo anterior.

4.1 Modelos $ph1$ e $ph2$

Ao modelar a FPH de forma individualizada, a geração de uma usina é dada pela soma da potência gerada em cada unidade geradora. Dado que a geração de cada unidade é representada por um conjunto de hiperplanos, o problema de otimização deve atender para cada usina, um conjunto de restrições de dimensões dadas pelo produto do número de UGs pelo número de hiperplanos, acarretando em um acréscimo significativo no número total de restrições no problema de otimização que, consequentemente, pode refletir negativamente no tempo de solução do problema.

Neste trabalho, propõe-se expressar a geração de uma usina pelo somatório das restrições de cada unidade, como mostra a equação (4.6).

$$ph_{rt} \leq \sum_{j=1}^{J_r} \mathbf{E0}_{pjr} q_{jrt} + \sum_{j=1}^{J_r} \mathbf{E1}_{pjr} hu_{jrt} + \sum_{j=1}^{J_r} \mathbf{E2}_{pjr} z_{jrt}, \quad (4.6)$$

Onde: ph_{rt} potência na usina r e estágio t (MW); \mathbf{P}_{jr} é o conjunto de hiperplanos que representa a produção do conjunto de UG \mathbf{J} da usina pertencente ao reservatório r ; j é o índice da unidade geradora; \mathbf{J}_r é o conjunto de UG da usina pertencente ao reservatório r ; $\mathbf{E0}$, $\mathbf{E1}$, $\mathbf{E2}$ são os coeficientes dos hiperplanos; hu_{jrt} é a queda bruta da UG j da usina pertencente ao reservatório r no período t (m); Contudo, os somatórios acima são válidos apenas quando (i) as unidades são idênticas e (ii) aquelas online são despachadas no mesmo nível de geração. Dado que (i) é atendido por definição neste trabalho, a segunda condição deve ser explicitamente incluída no conjunto restrito, conforme a seguinte restrição:

$$0 \leq qu_{rt} - q_{jrt} \leq (1 - z_{jrt})\mathbf{Q}_{jr}^{\max}, \quad (4.7)$$

Acima, qu_{rt} é uma variável auxiliar para garantir que a vazão turbinada seja igual para todas as unidades ligadas na usina r e período t . Embora as condições (i) e (ii) agora estejam atendidas, deve-se notar que a formulação (4.6) apresenta não linearidades dada pelo produto entre variáveis contínuas e discretas. Essas não linearidades se fazem necessárias, pois tanto a vazão quanto a queda bruta precisam ser nulas quando a unidade estiver fora de operação. O produto entre a vazão turbinada e a variável binária é tratada indiretamente por:

$$\mathbf{Q}_r^{\min} \cdot z_{jrt} \leq q_{jrt} \leq \mathbf{Q}_r^{\max} \cdot z_{jrt}, \quad (4.8)$$

Por outro lado, para contornar a outra não linearidade, deve incluir o seguinte grupo de restrições:

$$\begin{aligned} \mathbf{HB}_r^{\min} \cdot z_{jrt} \leq hu_{jrt} \leq \mathbf{HB}_r^{\max} \cdot z_{jrt}, \\ (1 - z_{jrt})\mathbf{HB}_r^{\min} \leq hb_{rt} - hu_{jrt} \leq (1 - z_{jrt})\mathbf{HB}_r^{\max}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

Acima, $\mathbf{HB}_r^{(\min)\max}$ são limites da altura de queda bruta na usina (m).

Conforme detalhado no capítulo anterior, a expressão a restrição que representa a queda bruta é dada pelo seguinte modelo linear:

$$hb_{rt} = \mathbf{A0} \cdot v_{rt} + \mathbf{A1} - \mathbf{B0}_r(w_{rt} + s_{rt}) + \mathbf{B1}_r \quad (4.10)$$

Por fim, o modelo deve considerar os limites de potência de cada unidade geradora, conforme a seguinte restrição.

$$\mathbf{PH}_r^{\min} \cdot \sum_{j=1}^{J_r} z_{jrt} \leq ph_{rt} \leq \mathbf{PH}_r^{\max} \cdot \sum_{j=1}^{J_r} z_{jrt}, \quad (4.11)$$

Em que $\mathbf{PH}_r^{(\min)\max}$ são os limites de potência de cada unidade geradora que pertence a usina r .

Assim, as equações (4.6) a (4.11) representam o conjunto de restrições Ω_{PH} para os modelos *ph1* e *ph2*.

4.2 Modelos *ph3* e *ph4*

Para estes modelos a potência gerada é dada pelo seguinte conjunto de restrições:

$$ph_{rt} \leq \mathbf{E0}_{pr} \cdot w_{rt} + \mathbf{E1}_{pr} \cdot hb_{rt} + \mathbf{E2}_{pr}, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{W}_r^{\min} \leq w_{rt} \leq \mathbf{W}_r^{\max} \quad (4.13)$$

Neste caso, a equação (4.10) representam o conjunto de restrições Ω_{PH}

4.3 Modelos *ph5* e *ph6*

Os modelos *ph5* e *ph6*, por ser modelado em função de w , v e s , não faz uso da queda bruta; consequentemente, as restrições que determinam a cota de nível montante e jusante são eliminadas do problema, resultando em uma redução do número de restrições no problema.

$$ph_{rt} \leq \mathbf{E0}_{pr} \cdot w_{rt} + \mathbf{E1}_{pr} \cdot v_{rt} + \mathbf{E2}_{pr} + \mathbf{E3}_{pr} \cdot s_{rt}, \quad (4.14)$$

Neste caso, as equações (4.10) e (4.14) representam o conjunto de restrições Ω_{PH}

4.4 Modelo *ph7* e *ph8*

Ao agregar um grupo de unidades, algumas restrições operativas são desconsideradas. Deste modo, a solução ótima do problema simplificado pode resultar em um valor de vazão turbinada que não é possível de realizar na prática. Em geral, os pontos mais críticos ocorrem entre zero e o valor mínimo de vazão turbinada. Assim, para contornar tal problema, nos modelos *ph7*, *ph8*, *ph9*, *ph10*, representa-se a vazão turbinada entre o valor mínimo de uma UG da usina e o máximo da UHE. Porém, está consideração acarreta na necessidade de acrescentar uma variável binária para cada UHE, para determinar quando a usina estará em (fora) operação. Assim, tem-se que a potência gerada é dada pelo seguinte conjunto de restrições:

$$ph_{rt} \leq \mathbf{E0}_{pr} \cdot w_{rt} + \mathbf{E1}_{pr} \cdot hb_{rt} + \mathbf{E2}_{pr} \cdot z_{rt}, \quad (4.15)$$

$$z_{rt} \in \{0,1\}, \forall t, r \quad (4.16)$$

$$\mathbf{W}_r^{\min} \cdot z_{rt} \leq w_{rt} \leq \mathbf{W}_r^{\max} \cdot z_{rt} \quad (4.17)$$

Neste caso, as equações (4.10) e (4.17) representam o conjunto de restrições Ω_{PH}

4.5 Modelos *ph9* e *ph10*

Nos modelos *ph9* e *ph10* a FPH linear por partes é modelada em função de w , v e s . Assim, tem-se que a potência gerada é dada pelo seguinte conjunto de restrições:

$$ph_{rt} \leq \mathbf{E0}_{pr} \cdot w_{rt} + \mathbf{E1}_{pr} \cdot v_{rt} + \mathbf{E2}_{pr} \cdot z_{rt} + \mathbf{E3}_{pr} \cdot s_{rt} \quad (4.18)$$

Neste caso, as equações (4.10) e (4.17) representam o conjunto de restrições Ω_{PH}

5.0 - EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Para analisar o impacto das modelagens apresentadas nos capítulos anteriores utiliza-se um sistema teste, cujos dados são obtidos do Deck de informações do modelo DESSEM do mês de junho de 2018. Ao todo são disponibilizadas 282 fontes de geração, sendo 130 térmicas e 152 hidrelétricas distribuídas em cinco subsistemas¹ interligados por seis linhas de transmissão, para representar o intercâmbio entre os sistemas. O acoplamento com o modelo de curto prazo é realizado através de uma FCF linear por partes, esta possui 81 planos, calculada por meio de dois modelos, de curto e médio prazo desenvolvidos no LabPlan-UFSC [2], [3], [16].

Para resolver os problemas de otimização utiliza-se o pacote de otimização Gurobi 8.0, versão acadêmica. O critério de parada utilizado é o MipGap de 10^{-7} , um limite de processamento de uma hora e o método de solução de pontos interiores. Adicionalmente, todos os problemas foram resolvidos em um computador com processador Intel® Xeon® E5-2660 CPU @ 2.60 GHz (2 processadores, 20 núcleos), 128 GB de memória RAM e sistema operacional Windows Server.

Os resultados a seguir são divididos em duas etapas. Inicialmente são apresentados os erros entre as aproximações da FPH e as funções não lineares, que representam a produção das unidades de maneira mais exata. Em seguida, são analisados os impactos dessas aproximações na resolução do problema da PDE.

5.1 Análise do erro de aproximação da FPH

Um dos aspectos mais importantes no problema da PDE é a necessidade de execução em um curto período de tempo (usualmente entre 15 minutos a uma hora). Para obter uma solução, deve-se resolver um problema de PLIM em que o número de variáveis e restrições pode ultrapassar dezenas de milhões. Neste cenário, é notório que quanto maior o número de hiperplanos associados com as aproximações da FPH mais onerosa será a solução do problema da PDE. Portanto, busca-se encontrar um equilíbrio entre a qualidade da aproximação e o tempo de execução.

Neste sentido, deve-se encontrar um limite para o número de hiperplanos para representar a FPH, de tal forma que forneça um erro de aproximação baixo e um tempo de execução do problema compatível com as necessidades de PDE. Para tal, utilizando o modelo agregado *ph4*, foram analisadas três situações, em que se limitam em 10, 20 e 30 hiperplanos para cada UHE. De posse destes conjuntos de hiperplanos resolveu-se o problema da PDE para cada situação, onde verificou-se, um aumento expressivo no tempo de execução, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Tempo de solução em função do número de hiperplanos

Limite de planos	10	20	30
Número de planos	711	1558	1674
Erro médio (%)	4.72	4.47	4.46%
Tempo (min.)	2.45	8.80	9.33
Aumento do tempo	-	360%	410%

Uma vez que a inserção de mais planos apresentou um impacto insignificante no erro e um aumento significativo no tempo de execução do problema da PDE, neste trabalho a FPH é representada por no máximo 10 planos. A Tabela 2 mostra o número de hiperplanos, o erro mínimo, máximo, médio e médio ponderado em relação a capacidade instalada, para todos os modelos da FPH linear por partes.

Tabela 2 - Período seco e período úmido

FPH	N. Planos	Erro Mínimo	Erro Máximo	Erro Médio	Erro Médio Ponderado
<i>ph1</i>	697	0.09	8.41	1.18	0.97
<i>ph2</i>	1261	0.05	7.67	0.79	0.71
<i>ph3</i>	740	0.26	8.96	2.24	3.02
<i>ph4</i>	724	0.82	11.79	4.32	5.20
<i>ph5</i>	740	0.26	6.97	1.81	2.39
<i>ph6</i>	867	0.63	9.97	3.37	3.92

Na modelagem agregada o modelo *ph5* resulta no menor erro médio e o modelo *ph4* apresenta o maior erro médio. Por sua vez, para a modelagem individualizada o modelo *ph2* obteve o menor erro, entretanto, o número de planos é quase o dobro do modelo *ph1*, o que pode ser uma desvantagem na resolução do problema de otimização da PDE.

¹ Quatro subsistemas do SIN, composto pelos subsistemas Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Norte, Nordeste e mais um nó sem carga (Imperatriz), de interligação entre os subsistemas.

5.2 Solução do problema da PDE

Na Tabela 3 são apresentados os tempos de execução do problema da PDE, em que os modelos que apresentam melhores desempenho são *ph3*, *ph9* e *ph1*. O primeiro, dentre os modelos agregados sem variável binária, é o que apresenta valores de erro mais razoáveis e estáveis, e tempos computacionais inferiores aos demais modelos. Por sua vez, o segundo, demonstra melhor precisão e tempos computacionais inferiores aos demais modelos agregados com variável binária. Ainda que não atingiu a tolerância para nenhum cenário, no terceiro 80% das semanas atingiram gap menor que 1%.

Tabela 3 – Tempo médio de execução

FPH	Tempo (min.)			Técnica	Função	Convergência ?	
	Mín.	Médio	Máx.			sim	não
<i>ph3</i>	2.77	10.20	28.86	EQ	<i>w, hb</i>	46	1
<i>ph5</i>	2.02	12.94	48.58	EQ	<i>w, v, s</i>	46	1
<i>ph6</i>	4.39	16.01	43.64	CH	<i>w, v, s</i>	45	2
<i>ph4</i>	4.23	18.12	44.99	CH	<i>w, hb</i>	43	4
<i>ph9</i>	5.46	20.34	59.06	EQ	<i>w, v, s</i>	40	7
<i>ph10</i>	8.07	27.80	47.49	CH	<i>w, v, s</i>	24	23
<i>ph7</i>	-	-	-	EQ	<i>w, hb</i>	0	47
<i>ph8</i>	-	-	-	CH	<i>w, hb</i>	0	47
<i>ph1</i>	-	-	-	EQ	<i>w, hb</i>	0	47
<i>ph2</i>	-	-	-	CH	<i>w, hb</i>	0	47

Comparando-se os modelos sem variáveis binárias, *ph3*, *ph4*, *ph5* e *ph6*, pode-se observar que, dependendo das condições operativas, um modelo é mais atrativo do que outro a Figura 2 mostra o erro médio ponderado pela capacidade instalada entre todas as usinas em cada semana. Nota-se que os modelos em função de *w, v* e *s* (*ph5* e *ph6*) a partir da semana 27 apresentam um acréscimo significativo no erro. Segundo a classificação do ONS, as semanas 1 a 26 fazem parte do período seco e as demais semanas fazem parte do período úmido. Observa-se nas Figura 1 e Figura 2 que durante a transição entre o período seco para o úmido também ocorre a transição entre o modelo de FPH mais atrativo, sendo que durante o período seco os modelos em função de *w* e *hb* (*ph3* e *ph4*) são mais atrativo i.e., oferece menor custo total de operação; no entanto, este modelo é o que apresenta maior erro de aproximação da FPH. Por sua vez, os modelos em função de *w, v* e *s* (*ph5* e *ph6*) obtiveram melhor desempenho no período úmido, porém demonstraram um acréscimo significativo no erro durante este período

Figura 1 - Custo total de operação

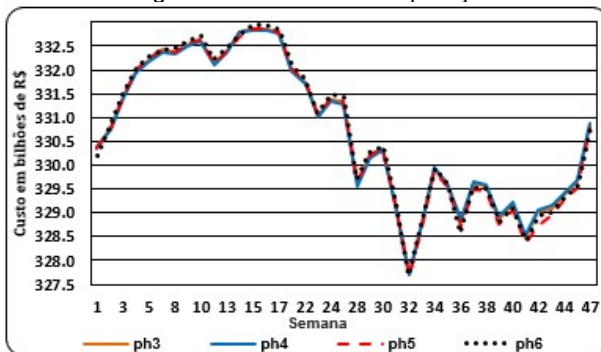
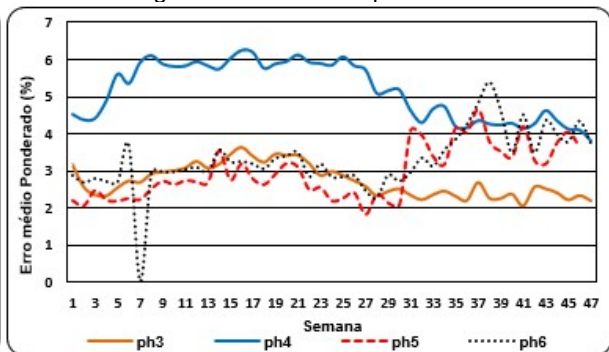
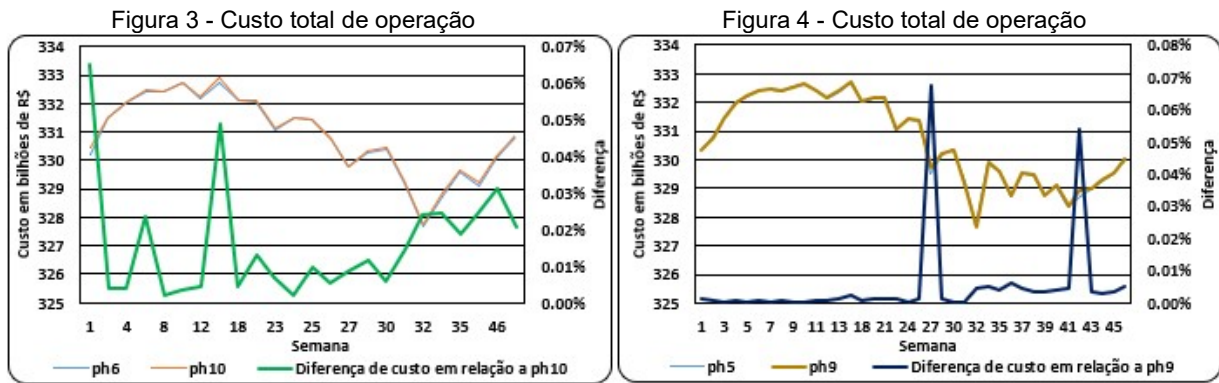


Figura 2 – Erro médio ponderado



Quando comparada a modelagem agregada com a modelagem agregada que considera zona proibida os resultados apresentaram uma diferença insignificante no custo total de operação, como pode ser visto nas Figura 3 e Figura 4, principalmente para o modelo *ph9*, porém o modelo que não considera zona proibida (*ph5*) operou em média 16% do tempo fora da região viável, isso significa que ele está operando em um ponto muito próximo de um ponto viável.



Para os casos que utilizam os modelos agregados *ph7* e *ph8* e os modelos individualizados *ph1* e *ph2* nenhuma semana atingiu a tolerância definida no tempo estipulado (uma hora). Em relação as técnicas de aproximação, pode-se considerar que a técnica EQ apresentou melhor desempenho pois, apesar de apresentar maior custo de operação, o erro de aproximação foi menor para todos os casos. Dentre os modelos que utilizam a técnica EQ, o modelo *ph3* demonstrou mais estabilidade no erro. Portanto, pode-se considerar dentre os modelos apresentados nesta seção o que apresentou melhor desempenho foi o *ph3*.

6.0 - CONCLUSÃO

Na modelagem da FPH por unidade geradora os modelos *ph1* e *ph2* apresentaram uma boa precisão. Contudo, o modelo *ph2*, que obteve o menor erro médio (0,79%), utilizou aproximadamente 80% de hiperplanos a mais que o modelo *ph1* que obteve erro médio de 1,18%. Uma vez que o número de hiperplanos aumenta a dimensão do problema, e conseqüentemente reflete no tempo de execução, pode-se considerar que o modelo *ph1* tende a fornecer um melhor equilíbrio entre a qualidade da aproximação e o tempo de solução do problema da PDE. Dentre os modelos agregados, o modelo *ph5* obteve a melhor acurácia, sendo que o modelo *ph3* apresenta o menor erro médio de resolução, considerado aceitável para o problema da PDE.

Com relação as técnicas de linearização, a técnica EQ apresentou desempenho consideravelmente superior a técnica CH, exceto na modelagem individualizada. Por outro lado, a técnica EQ utilizou um número menor de hiperplanos. Outra vantagem da técnica EQ é a possibilidade da escolha do número de hiperplanos, bem como do subconjunto de pontos que este hiperplano vai representar.

Além disso, os resultados do problema da PDE mostram que a modelagem por unidade geradora torna a solução do problema mais onerosa computacionalmente podendo tornar inviável a aplicação destes modelos de FPH no problema da PDE, devido à necessidade de execução em um curto período.

Ainda com relação a solução do problema da PDE, os resultados indicam que a modelagem que leva como variável dependente w , v , s quando comparada com a modelagem que leva como variável dependente w , hb tende a apresentar maior custo de operação em períodos com baixa afluência, e menor custo quando as afluências são elevadas. Por fim, entre os modelos propostos, foi averiguado que o modelo *ph3* apresentou melhor equilíbrio entre a qualidade da aproximação e o tempo de execução e maior estabilidade do erro médio ponderado calculado após a solução do problema da PDE.

7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] E. L. Silva, *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*, 2^o ed. Florianópolis - SC, 2012.
- [2] P. V. Larroyd, "Um modelo de otimização estocástica com representação individualizada das usinas hidrelétricas no planejamento de médio prazo da operação hidrotérmica", Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2016.
- [3] V. L. D. Matos, "Um modelo para o planejamento anual da operação energética considerando técnicas avançadas de otimização estocástica", Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2012.
- [4] E. L. da Silva e E. C. Finardi, "Parallel processing applied to the planning of hydrothermal systems", *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 14, n^o 8, p. 721–729, ago. 2003.
- [5] A. L. Diniz, "Uma Estratégia de Decomposição Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica - Alocação ao Sistema Brasileiro", Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.
- [6] R. N. Rodrigues, "Um modelo para a programação da operação de sistemas hidrotérmicos baseado em relaxação lagrangeana", Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica., Florianópolis, SC, 2009.
- [7] L. N. R. Xavier, A. L. Diniz, e F. S. Costa, "Aprimoramento da modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas no modelo DECOMP: metodologia e resultados", in *XVIII SNTPEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Curitiba, 2005, p. 8.
- [8] E. Finardi, "Alocação de unidades geradoras hidrelétricas em sistemas hidrotérmicos utilizando relaxação lagrangeana e programação quadrática seqüencial", Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

- [9] M. Scuzziato, "Modelo de otimização estocástica de dois estágios para o problema da programação diária da operação eletroenergética", Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2016.
- [10] F. Y. K. Takigawa, "Desenvolvimento de um modelo computacional para o problema da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos", Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2010.
- [11] A. L. Diniz, P. P. I. Esteves, e C. A. Sagastizábal, "A mathematical model for the efficiency curves of hydroelectric units", in *2007 IEEE Power Engineering Society General Meeting, PES*, 2007.
- [12] A. L. Diniz e M. E. Maceira, "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, n° 3, p. 1298–1308, 2008.
- [13] C. Kang, C. Chen, e J. Wang, "An Efficient Linearization Method for Long-Term Operation of Cascaded Hydropower Reservoirs", *Water Resources Management*, 2018.
- [14] G. V. Muhlen, "Impacto da modelagem da função de produção hidrelétrica no problema da programação diária da operação eletroenergética", Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2019.
- [15] G. Morales-España, J. M. Latorre, e A. Ramos, "Tight and compact MILP formulation for the thermal unit commitment problem", *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013.
- [16] F. B. Rodríguez, "Redução de cenários via distância aninhada aplicada ao problema do planejamento da operação energética", Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2015.

DADOS BIOGRÁFICOS



Gilseu Von Muhlen

Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade de Passo Fundo (2016) e Mestre em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) (2019). Atualmente é doutorando em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia pela UFSC e pesquisador no Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan/UFSC).



Erlon Cristian Finardi

Graduou-se em Engenharia Elétrica em 1996 na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e obteve os títulos de mestre e doutor em Engenharia Elétrica nos anos de 1999 e 2003, respectivamente, na mesma universidade. De 2002 a 2006 esteve vinculado ao Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan) - UFSC como pesquisador colaborador. Entrou como professor no Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC em 2006, continuando o vínculo ao LabPlan. Atualmente é Professor Associado I. Seus principais interesses são estudos de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, mercados de energia elétrica, gerenciamento energético de microrredes e métodos de otimização numérica



Murilo Reolon Scuzziato

Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (2008), mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (2011 e 2016). Atualmente é professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina (IFSC) e pesquisador voluntário do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan/UFSC). Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica.