



## **Grupo de Estudo de Operação de Sistemas Elétricos-GOP**

### **Modelagem da função de produção das usinas hidroelétricas considerando as características operativas das unidades geradoras**

**LILIAN TAKAHATA YOCOGAWA(1); LILIAN CHAVES BRANDÃO DOS SANTOS(2); ANDRE LUIZ DINIZ(2); UFRJ(1);CEPEL(2);**

#### **RESUMO**

A modelagem atual da função de produção hidroelétrica no modelo DECOMP relaciona a geração da usina com o turbinamento e o armazenamento, considerando o rendimento da turbina constante. Este trabalho propõe uma modelagem que considera as curvas colinas do conjunto turbina-gerador, que determinam sua eficiência em função do turbinamento e queda líquida, e as zonas proibidas de geração. Realizou-se um tratamento estatístico para obter uma curva colina com eficiências médias, mais adequada para o despacho semanal. Através de algoritmos heurísticos, otimizou-se a distribuição da geração média da usina entre suas unidades geradoras. Apresentam-se resultados para usinas reais do sistema brasileiro.

#### **PALAVRAS-CHAVE**

Função de Produção Hidroelétrica, Curvas Colinas, Planejamento de curto prazo

#### **1.0 - INTRODUÇÃO**

O foco deste trabalho será o planejamento da operação de curto prazo, que compreende um horizonte de estudo de dois meses a um ano, discretizados semanalmente e/ou mensalmente, em que será proposta uma nova modelagem da função de produção hidroelétrica e comparada com a atualmente utilizada pelo modelo DECOMP (1), desenvolvido pelo CEPEL e utilizado oficialmente pelo setor no Programa Mensal da Operação (PMO). Este programa considera dois modelos da função de produção de uma usina hidroelétrica: a Função de Produção Hidroelétrica Exata (FPH), que relaciona a geração com a vazão turbinada, vazão vertida e a altura líquida da usina de forma não-linear e não-côncava, utilizando as expressões exatas que determinam a geração da usina. Esta função é utilizada para cálculo e avaliação de um segundo modelo: a Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA) (2), que é côncavo linear por partes, utilizado no processo de resolução do problema de despacho hidrotérmico. Essas modelagens representam os efeitos do turbinamento, vertimento e altura de queda em uma única função, cujas variáveis são a vazão turbinada, vertida e o volume no reservatório. Os rendimentos da turbina e do gerador são aproximados como constantes e embutidos no valor da produtividade específica, apesar de estas grandezas também variarem tanto com a vazão turbinada quanto com a altura de queda da usina.

Dado isso, nesse trabalho são propostas duas modelagens alternativas da FPH e FPHA, denominadas Função de Produção Hidroelétrica Exata considerando Curvas Colinas (FPHcc) e Função de Produção Hidroelétrica Aproximada com Curva Colina (FPHAcc), em que ambas consideram as características de operação do conjunto turbina-gerador. Para tal, são usadas as curvas colinas das turbinas, que servem para determinar sua eficiência para uma dada vazão turbinada e queda líquida (3). Nelas também são representadas as zonas proibidas que correspondem aos intervalos de geração em que a máquina não deve operar, devido aos efeitos de cavitação em baixas vazões e de vibração em vazões elevadas, que podem levar à deterioração das turbinas.

O objetivo deste trabalho é fazer com que o modelo DECOMP obtenha resultados ainda mais acurados e realísticos, ao utilizar uma modelagem que leva em conta as variações das eficiências do conjunto turbina/gerador, e sua importância se deve ao fato deste modelo ser utilizado atualmente para auxiliar o despacho do SIN e definir o preço na energia. O artigo estrutura-se como segue: a Seção 2 contém a fundamentação teórica da função de produção hidroelétrica; na Seção 3 a metodologia desenvolvida é detalhada e quatro algoritmos heurísticos são propostos para o cálculo da FPH com curvas colinas; a Seção 4 mostra os resultados da aplicação da metodologia proposta, comparativamente à modelagem atual, para usinas do SIN, e a Seção 5 relata as conclusões do trabalho.

## 2.0 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Alguns trabalhos na literatura têm tratado o problema de despacho de usinas hidroelétricas considerando as curvas colinas das unidades geradoras e as zonas proibidas, como (4)-(7), porém em contextos diferentes ao do presente artigo, onde se resolve um problema de planejamento de curto/médio prazo estocástico para um sistema de grande porte. A seguir, descreve-se o fundamental teórico sobre o qual se baseia este trabalho.

### 2.1 Cálculo da Função de Produção Hidroelétrica

A função de produção hidroelétrica objetiva representar o processo de conversão da energia potencial da água armazenada nos reservatórios em energia elétrica. Nesse processo, a turbina transforma a energia potencial em energia mecânica, que por sua vez gera um torque no eixo do gerador, transformando energia mecânica em energia elétrica. A geração hidroelétrica da usina  $GH$  [MW] é dada pelo somatório das gerações individuais das suas  $nunid$  unidades geradoras,  $gh$  [MW], que por sua vez compõem-se em conjuntos turbina-gerador:

$$GH = \sum_{j=1}^{nunid} gh_j(q_j, H_{liq}) \quad [1]$$

A potência gerada por cada unidade depende da vazão a ser turbinada pela unidade geradora,  $q$  [m<sup>3</sup>/s], da altura líquida da usina  $H_{liq}$  [m] e dos rendimentos da turbina  $\eta_t$  [%] e do gerador  $\eta_g$  [%] (2). Na Equação 2, a constante  $9,81 \times 10^{-3}$  corresponde ao produto entre a densidade da água [kg/m<sup>3</sup>] e a aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>].

$$gh = 9,81 \times 10^{-3} \times \eta_t \times \eta_g \times q \times H_{liq} \quad [2]$$

A eficiência da turbina é uma função não-linear da altura líquida e da vazão turbinada pela unidade geradora, já a eficiência do gerador é uma função não-linear da potência. A combinação da eficiência da turbina com a do gerador resulta em  $\eta$  [%]. O termo  $H_{liq}$  é dado pela Equação 3.

$$H_{liq} = H_{mon}(V) - H_{jus}(Q, S) - H_{perdas}(q) \quad [3]$$

onde  $H_{mon}$  [m] é a cota à montante da usina (nível do reservatório), que é uma função do volume  $V$  [hm<sup>3</sup>]. A altura de jusante,  $H_{jus}$  [m] também conhecida como cota do canal de fuga, pode ser uma função não-linear de  $Q$  e de  $S$ . Dependendo da proximidade das usinas,  $H_{jus}$  também pode ser influenciada pelo nível do reservatório da usina a jusante. O fator de perdas  $H_{perda}$  [m ou %], é uma função quadrática da vazão turbinada pela unidade geradora.

### 2.2 Função de Produção Hidrelétrica Exata (FPH)

O modelo de FPH deve determinar a geração hidroelétrica  $GH$  [MW] fornecida pela usina, em um intervalo de tempo, dado o volume armazenado médio do reservatório  $V$  [hm<sup>3</sup>], a vazão turbinada total  $Q$  [m<sup>3</sup>/s] e a vazão vertida da usina  $S$  [m<sup>3</sup>/s] (2), que são as variáveis de decisão consideradas no problema de otimização. Embora a geração varie com a altura e turbinamento, a eficiência,  $\eta$  é considerada constante e igual ao rendimento médio da usina. Assim, unem-se os termos constantes em [2] em uma só variável, denominada produtividade específica,  $\rho_{esp}$  [MW/((m<sup>3</sup>/s).m)]. Assim,  $GH$  é determinada conforme [4], onde  $H_{perda}$  também é considerada constante.

$$GH = FPH(V, Q, S) = \rho_{esp} \times Q \times (H_{mon}(V) - H_{jus}(Q, S) - H_{perdas}) \quad [4]$$

### 2.3 Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA)

Devido à complexidade da FPH, por ser uma função não-linear e não-côncava, o modelo DECOMP constrói uma função linear por partes e côncava chamada FPHA, usada no problema de otimização hidrotérmica, aliando baixa complexidade computacional com a precisão de uma representação não-linear (2). Inicialmente, a FPHA constrói uma grade de pontos no plano  $V \times Q$  e, para cada um deles, calcula-se a geração exata da usina pela FPH para vertimento nulo (Eq. [4]). O número de pontos da grade de discretização e sua distribuição dependem da precisão desejada para o modelo e do comportamento da FPH da usina. Em seguida, calcula-se uma envoltória convexa, obtendo um modelo inicial linear por partes e côncavo. Um fator de correção é então calculado e aplicado para minimizar o desvio quadrático médio entre o modelo e a FPH, em uma região de interesse. Finalmente, o impacto do vertimento é aproximado por uma reta secante, se a geração sofrer influência do canal do vertedouro. Esta modelagem aproximada foi desenvolvida em (2) e tem a grande vantagem de considerar a influência do volume armazenado (altura de queda), do turbinamento e da vazão vertida em uma única função, que pode ser usada diretamente no problema de otimização com impacto computacional aceitável.

### 3.0 - MODELAGEM PROPOSTA

#### 3.1 Cálculo da Função de Produção Hidroelétrica considerando Curvas Colinas (FPHcc)

No modelo da FPHcc, considera-se a eficiência  $\eta$  como uma variável que depende da vazão turbinada e da altura líquida, segundo as curvas colinas. Ou seja, existe uma eficiência para cada valor de vazão turbinada e altura líquida, que em geral aumenta com o turbinamento, até atingir um valor máximo  $\eta_{ccmax}$  e, em seguida, começa a decrescer (7). Existem faixas na curva colina que são chamadas de zonas proibidas, em que as máquinas não devem operar, devido aos efeitos de cavitação, para baixas vazões, e de vibração, para vazões elevadas, que podem levar à rápida deterioração das turbinas. Essas zonas podem estar nas extremidades e/ou no interior da curva. Na Figura 1-a, adaptada de (5), está um exemplo de curva colina representada em gráfico, podendo ser observadas as zonas proibidas e o ponto de máxima eficiência. Na Figura 1-b está um exemplo de curva colina em formato de tabela. A vazão turbinada dada pela curva colina se chamará  $q_{cc}$  e a altura líquida,  $H_{liqcc}$ .

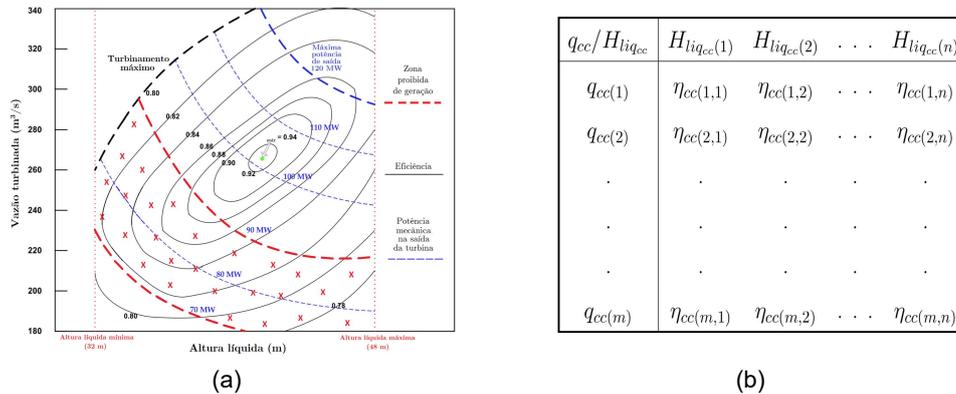


FIGURA 1 – Exemplo de curva colina (a) em formato de gráfico e (b) em formato de tabela.

Dessa forma, o cálculo da geração hidroelétrica utilizando a curva colina,  $gh_{FPHcc}$  [MW], é dado pela Equação 5, em que  $\eta_{cc}$  [%] corresponde à eficiência do conjunto turbina-gerador, extraída da curva colina.

$$gh_{FPHcc} = 9,81 \times 10^{-3} \times \eta_{cc}(q_{cc}, H_{liqcc}) \times q \times H_{liq} \quad [5]$$

#### 3.2 Tratamento das curvas colinas em tabelas

O objetivo deste procedimento é construir uma curva colina em formato de tabela (Figura 2-b) a partir de pontos de eficiência, que é geralmente como os dados estão disponíveis. Alguns rendimentos são expressos em função de  $q$  e  $H_{liq}$  e outros em função de  $p$  e  $H_{liq}$ , sendo  $p$  a potência mecânica útil no eixo do gerador, em MW. neste caso, a partir dos valores de  $p$  são calculados os valores de  $q$ , pela aplicação da Eq. [6].

$$q = \frac{p}{9,81 \times 10^{-3} \times \eta \times H_{liq}} \quad [6]$$

Para realizar o tratamento das curvas colinas, foi elaborado um programa constituído pelas seguintes etapas:

- Leitura e tratamento dos pontos de eficiência, para obtenção da eficiência em função de valores normalizados de turbinamento e altura.
- Colocação dos dados em tabela e determinação de zonas proibidas, analisando, dos pontos mais extremos aos pontos mais internos, se são pertencentes ou não a essa região.
- Interpolação linear da tabela, localmente, para obtenção da grade de pontos de eficiências.

Em um trabalho anterior dos autores (8), modelou-se uma função quadrática para ajuste da curva colina. Entretanto, neste artigo preferiu-se trabalhar com os dados originais dessas curvas, para evitar as aproximações inerentes quando se adota um modelo matemático para representar a curva como um todo.

#### 3.3 Tratamento das zonas proibidas e obtenção de uma curva colina média

Em problemas de coordenação hidrotérmica de curto/médio prazo, a variável de decisão é o turbinamento médio em um período de tempo (semana/mês). Assim, a eficiência para uma vazão turbinada média não coincide com a eficiência para um turbinamento instantâneo, obtida da curva colina, já que a unidade geradora não irá turbinar o mesmo valor durante todo o período. Dessa forma, o objetivo é calcular uma curva colina média em função dos turbinamentos médios das unidades, para representar a eficiência no período de forma mais realista. Portanto, propõe-se um modelo estatístico para o turbinamento instantâneo de uma unidade, como uma variável aleatória (v.a.) que segue uma distribuição de probabilidade, cuja média seja o turbinamento médio no período.

### 3.3.1 Cálculo da função densidade de probabilidade

Considera-se, a princípio, a vazão turbinada  $q$  como uma variável aleatória de distribuição normal, com média  $q^*$  e variância  $\sigma^2$ , com  $\sigma = 12,5$ , obtido por testes sucessivos. Na Equação 7,  $q^*$  é a vazão média  $q_{med}$  no período.

$$q \mapsto p(q) \sim N(q^*, \sigma^2) \quad [7]$$

A função densidade de probabilidade (f.d.p.) considerando as zonas proibidas  $\tilde{p}(q)$  é parametrizada pela vazão média e é obtida fazendo-se uma comparação com a f.d.p. da distribuição  $p(q)$ , como ilustrado na Figura 2, onde a curva em azul é a função  $p(q)$  e a curva em vermelho é a função ajustada  $\tilde{p}(q)$ . Nota-se que o ponto  $\tilde{p}(0)$  possui alta probabilidade, devido à existência de uma zona proibida, onde não é permitido operar a usina.

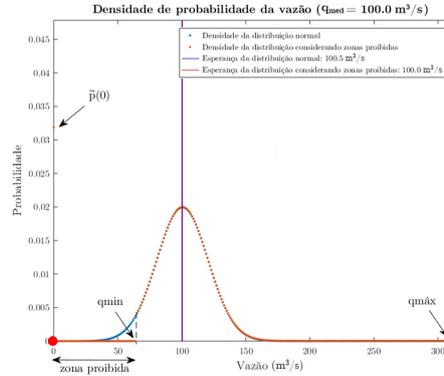


FIGURA 2 – Função densidade de probabilidade da vazão com distribuição normal  $p(q)$  e com a distribuição ajustada  $\tilde{p}(q)$  considerando o domínio de  $q$  e as zonas proibidas.

A distribuição  $\tilde{p}(q)$  em função da distribuição  $p(q)$  é dada por [8], onde a probabilidade deve ser nula para valores negativos de vazão, em regiões fora dos limites mínimo e máximo de turbinamento e dentro das zonas proibidas.

$$\tilde{p}(q) = \begin{cases} 0, & q < 0 \\ B + p(0), & q = 0 \\ 0, & 0 < q < q_{min} \\ A + p(q), & q_{min} \leq q \leq q_{m\acute{a}x} \\ 0, & q > q_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad [8]$$

em que, para determinar os valores de  $A$  e  $B$  são levadas em consideração duas condições: as funções  $\tilde{p}(q)$  e  $p(q)$  devem ter esperanças iguais e o somatório das probabilidades de  $\tilde{p}(q)$  deve ser igual a 1.

### 3.3.2 Cálculo da curva colina média

Para determinar a curva colina média, considera-se a Eq. [9], que expressa a geração média.

$$gh_{ccmed} = \eta_{ccmed}(q^*, H_{liq}) \times q^* \times H_{liq} \quad [9]$$

Essa geração média também pode ser definida como a média das gerações instantâneas ponderada pela probabilidade, seguindo a mesma ideia do cálculo da esperança (Eq.[10]).

$$gh_{ccmed} = H_{liq} \times \int_{q=0}^{q_{m\acute{a}x}} q \times \eta_{ccinst}(q, H_{liq}) \times \tilde{p}(q) dq \quad [10]$$

Igualando [9] e [10] e isolando o termo  $\eta_{ccmed}$ , obtém-se os pontos de eficiência da curva colina média:

$$\eta_{ccmed}(q^*, H_{liq}) = \frac{1}{q^*} \int_{q=0}^{q_{m\acute{a}x}} q \times \eta_{ccinst}(q, H_{liq}) \times \tilde{p}(q) dq \quad [11]$$

onde, na prática, calcula-se a integral acima por diferenças finitas, discretizando-se adequadamente a variável  $q$ .

## 3.4 Otimização da distribuição do turbinamento das usinas em suas unidades

Para determinar a eficiência da usina dada sua vazão média e as eficiências médias das unidades, é necessário distribuir essa vazão média nas unidades. Isto pode ser feito de várias formas e impacta o valor de eficiência total da usina. É necessário resolver o problema não linear inteiro de distribuir o turbinamento da usina em suas unidades de forma a maximizar a eficiência total, cuja sua solução é computacionalmente muito cara. Assim são propostos aqui quatro algoritmos heurísticos com objetivo de encontrar soluções sub-ótimas de maneira eficiente, em um tempo aceitável. A partir de valores de queda líquida ( $H_{liq}^i$ ), vazão total que deve ser turbinada pela usina

( $Q^i$ ) e o número total de máquinas de cada usina  $i$  ( $N_{maqtot}^i$ ), calcula-se a vazão a ser turbinada por cada unidade geradora  $j$  ( $q^j$ ) e determina-se também o número de máquinas que entram em operação ( $N_{maq}^i$ ).

Modelou-se também um algoritmo genético, cujo objetivo é resolver o problema não-linear de forma mais acurada (mesmo com um longo tempo de execução), e assim validar os resultados dos métodos heurísticos.

### 3.4.1 Algoritmo 1

O Algoritmo 1 consiste em simplesmente dividir igualmente a vazão turbinada total da usina entre as máquinas das unidades geradoras, não levando em consideração nenhum aspecto das eficiências das curvas colinas, conforme a Eq. [12]. Esse algoritmo é extremamente rápido e objetiva comparar esta solução com a de algoritmos mais bem elaborados, descritos a seguir.

$$q^j = \frac{Q^i}{N_{maqtot}^i} \quad [12]$$

### 3.4.2 Algoritmo 2

O Algoritmo 2, assim como no Algoritmo 1, apenas divide a vazão entre as unidades, porém não considera necessariamente o turbinamento de todas as unidades geradoras. A distribuição é feita sob a condição de que se a vazão total que precisa ser turbinada pela usina (ou seja, a vazão restante) for maior ou igual à vazão efetiva da primeira máquina, esta irá turbinar o valor referente à sua vazão efetiva. A vazão restante  $Q_{rest}^i$  é recalculada pela Eq. [13] e o processo continua, terminando somente quando todas as máquinas tenham sido utilizadas ou quando a vazão restante for menor que a vazão efetiva da máquina, em que, neste caso, será turbinado o valor referente à vazão restante. Caso todas as máquinas tenham sido utilizadas e ainda tenha vazão para ser turbinada, a vazão  $Q_{rest}^i$  é então distribuída igualmente pelas máquinas da usina (Eq. [14]).

$$Q_{rest}^i = Q^i - q_{ef}^j \quad [13]$$

$$q^j = Q_{ef}^i + \frac{Q_{rest}^i}{N_{maqtot}^i} \quad [14]$$

### 3.4.3 Algoritmo 3

No Algoritmo 3 é adotado um ponto de operação inicial  $p_{popper}^{j(0)}$  ( $\eta_{popper}^{j(0)}$ ,  $q_{popper}^{j(0)}$ ) para cada máquina  $j$  da usina  $i$ , que corresponde à máxima eficiência, partindo do princípio de que todas as máquinas deveriam operar neste ponto para maximizar a geração. Sendo  $Q_{popper}^i$  a vazão turbinada no ponto de operação corrente, o algoritmo iterativamente ajusta os pontos de operação das máquinas (conforme critério) até que essa vazão seja a vazão turbinada desejada  $Q^i$ . Os critérios de escolha para mudança do ponto de operação são baseados na derivada da curva colina, onde máquinas com grandes inclinações (queda de eficiência) tendem a permanecer no ponto de operação corrente.

A Figura 3 ilustra o processo iterativo do Algoritmo 3, onde as máquinas transitam (aumentam ou diminuem) seus pontos de operação até que o valor de vazão total da usina seja próximo de  $Q^i$ . Como os pontos de operação possuem valores discretos de vazão turbinada total, pode existir uma quantidade remanescente de vazão ao final do Algoritmo 3, dada pela diferença entre o ponto de operação mais próximo e o turbinamento total, esta vazão remanescente é então distribuída entre as máquinas.

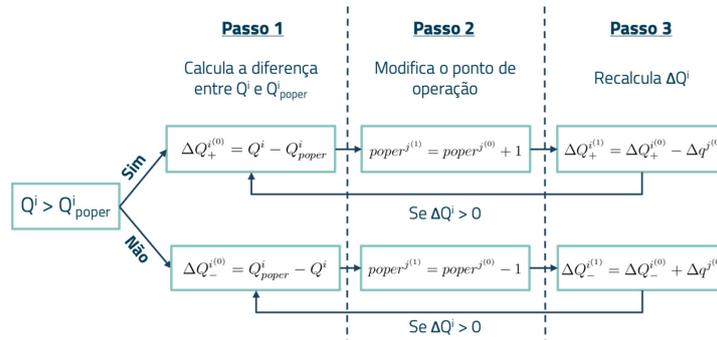


FIGURA 3 – Esquema representativo do Algoritmo 3.

### 3.4.4 Algoritmo 4

O Algoritmo 4 foi criado como uma versão mais elaborada do Algoritmo 2, pois realiza a distribuição da vazão restante de maneira mais adequada. Assim como o Algoritmo 3, o Algoritmo 4 consulta a curva colina antes de

fazer a distribuição do turbinamento entre as unidades geradoras, havendo uma fase de pré-processamento para determinar o ponto de operação inicial  $p_{pope}^{j(0)}$  ( $\eta_{pope}^{j(0)}, q_{pope}^{j(0)}$ ) de cada máquina  $j$  da usina  $i$ , sendo seu cálculo realizado da mesma maneira. A diferença é que neste modelo foi criada uma ordem de despacho das máquinas, com o intuito de turbinar primeiro naquelas que possuem os maiores rendimentos, visando otimizar da geração. Portanto, são atribuídos índices às máquinas e, assim, seus pontos iniciais de operação são ordenados em ordem decrescente de eficiência  $\eta_{pope}^j$ . Caso alguma máquina possua o mesmo valor de rendimento que a outra, a máquina que possui o maior valor de  $q_{pope}^j$  é despachada primeiro pois, assim, pode-se garantir um melhor aproveitamento da máquina.

No Algoritmo 4 será determinada a vazão que cada máquina irá turbinar em função de  $Q^i$ . Para realizar esse cálculo, foram idealizados três casos a seguir, com o esquema representativo na Figura 4.

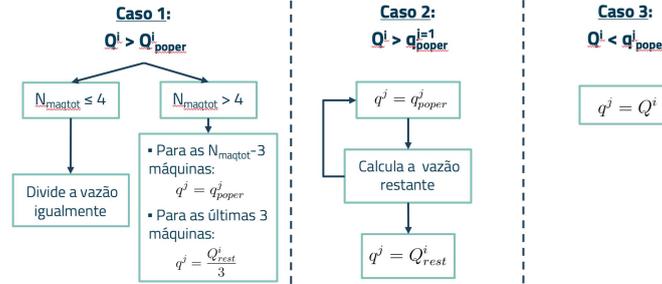


FIGURA 4 – Esquema representativo do Algoritmo 4.

No caso 1, se a vazão a ser despachada for maior que a soma das vazões de todas as máquinas no ponto de máxima eficiência, então todas as máquinas entram em operação e o turbinamento é determinado como descrito na Figura 4, havendo uma divisão para usinas com quatro máquinas ou menos e para usinas com mais de quatro máquinas. No caso 2, se a vazão total a ser despachada for maior ou igual a vazão da primeira máquina, seguindo a ordem de despacho, então ela irá turbinar o valor correspondente à vazão em seu ponto de operação inicial. Em seguida, é calculada a vazão restante  $Q^i_{rest}$ , e, caso seja maior que a vazão no ponto de operação da máquina seguinte, o processo se repete, caso contrário aloca-se a vazão restante na máquina atual. Finalmente, no caso 3, se a vazão total a ser despachada for menor que a vazão da primeira máquina, então apenas ela irá turbinar e com valor igual à vazão demandada  $Q^i$ .

#### 3.4.5 Algoritmo genético (GA)

Um modelo baseado no algoritmo genético foi desenvolvido para solucionar o problema de otimizar a distribuição da vazão turbinada pelas unidades geradoras, de modo que a geração da usina seja a máxima possível. Ele foi elaborado como uma formulação exata, sendo utilizado para avaliar a acurácia dos algoritmos heurísticos desenvolvidos. A função objetivo do problema de otimização é representada pela Eq. [15], em que o GA maximiza a geração da usina para cada ponto de operação ( $Q^i, H_{liq}^i$ ).

$$GH^i = \max \sum_{j=1}^{N_{maqtot}} gh^j \quad [15]$$

satisfazendo as restrições:

$$0 \leq q^j \leq q_{máx}^j \quad \forall j \in [1, N_{maqtot}] \quad [16]$$

$$\sum_{j=1}^{N_{maqtot}} q^j = Q^i \quad [17]$$

$$gh^j = 9,81 \times 10^{-3} \times H_{liq}^i \times q^j \times f_{\eta}(q) \quad [18]$$

A restrição [16] se refere aos limites de turbinamento  $q^j$  de cada máquina e a restrição [17] ao somatório da vazão turbinada por todas as máquinas, cujo valor deve corresponder à vazão  $Q^i$  da usina. A geração de cada máquina é calculada pela Eq. [18], para um valor fixo de  $H_{liq}^i$ . A função  $f_{\eta}(q)$  é não-linear, sendo obtida da curva colina e representa a eficiência em função de  $q$ , dado que  $H_{liq}^i$  é constante.

#### 4.0 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

O método proposto foi aplicado para três usinas do SIN, com diferentes quantidades de conjuntos e máquinas. O objetivo é avaliar os algoritmos heurísticos desenvolvidos para o cálculo da FPHcc, assim como a FPH tradicional,

cuja eficiência do conjunto turbina-gerador está embutida na produtividade específica, e a FPHA, que é a modelagem utilizada atualmente pelo modelo DECOMP. Os métodos são comparados à solução do algoritmo genético, executado em um tempo suficientemente longo para encontrar a solução "ótima".

#### 4.1 Curva colina média

A Figura 5-a mostra o resultado da curva colina média para uma das usinas consideradas e a Figura 5-b sua curva colina instantânea. As curvas colinas foram plotadas com os eixos nos seus valores relativos, em que o ponto zero corresponde aos valores efetivos de vazão e altura líquida. Pode-se observar que as curvas média e instantânea, para o mesmo intervalo de turbinamento (0,2 à -0,6), apresentam o mesmo comportamento. A diferença é observada para vazões mais baixas (-0,6 à -1), onde a eficiência instantânea não é definida por se tratar de uma zona proibida e, dessa forma, esse intervalo é preenchido na curva colina média, sendo calculadas as eficiências.

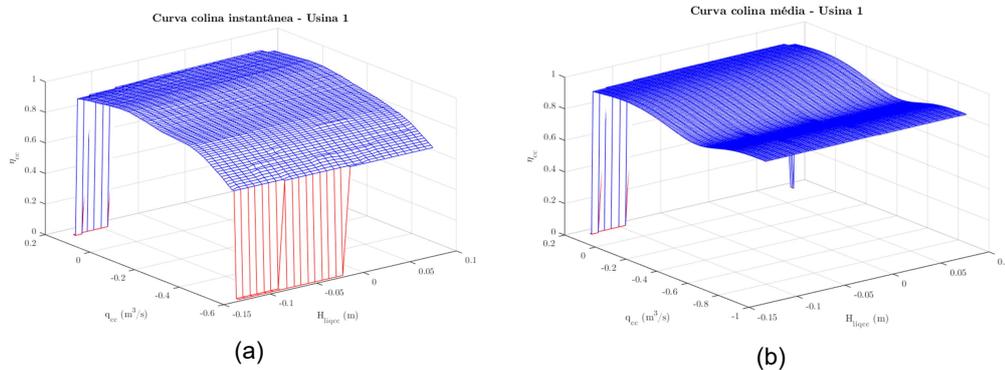


FIGURA 5 – Curva colina (a) instantânea; (b) média.

#### 4.2 FPHcc

Na Figura 6 mostram-se a FPH e as FPHcc para os algoritmos 1 a 4 da Usina 1. Nota-se o efeito de ondulação nas FPHcc, que ocorre pela utilização das curvas colinas, ao passo que a FPH (Figura 6-a) tem eficiência constante.

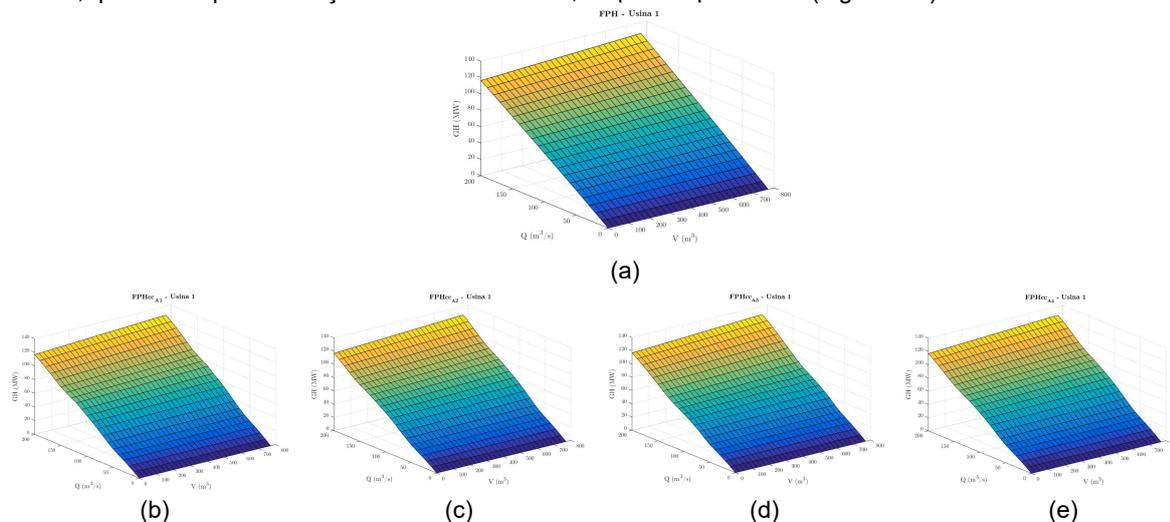


FIGURA 6 – Função de Produção (a) FPH; (b) FPHccA1; (c) FPHccA2; (d) FPHccA3; (e) FPHccA4.

#### 4.3 FPHAcc

Como a utilização da função de produção no modelo DECOMP deve ser feita através de um modelo linear por partes e côncavo, constrói-se a FPHAcc com os mesmos procedimentos da FPHA tradicional, com a diferença que foram geradas a partir das FPHcc, ou seja, considerando as curvas colinas. Na Figura 7 mostram-se as curvas resultantes para a Usina 1. Neste caso notamos que as ondulações presentes na FPHcc não aparecem devido aos efeitos de linearização e convexificação necessários na FPHA.

#### 4.4 Comparação entre os modelos (FPH, FPHcc, FPHA e FPHAcc)

A seguir, são comparados os modelos exatos com os aproximados considerando a curva colina, de modo a avaliar a função aproximada. Na Tabela 1 são mostrados os erros percentuais absolutos médios entre os modelos exatos e aproximados. Verifica-se que o ajuste da envoltória da função aproximada apresentou um erro em torno de 2,8 a 2,9% para os algoritmos.

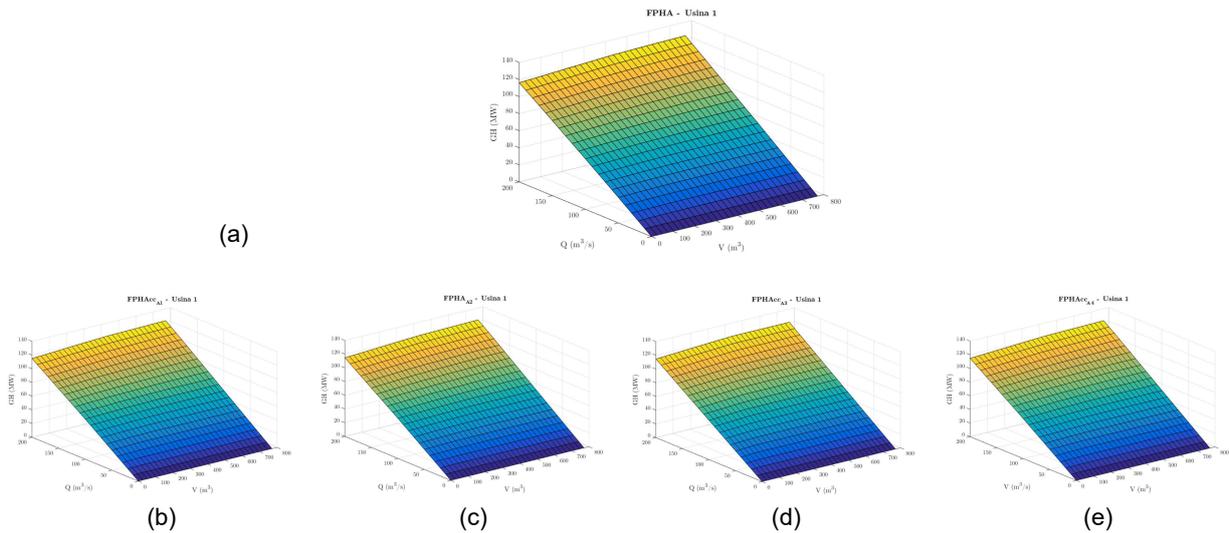


FIGURA 7 – Função de Produção (a) FPHA; (b) FPHAccA1; (c) FPHAccA2; (d) FPHAccA3; (e) FPHAccA4.

Tabela 1 – Erros percentuais absolutos médios entre FPH e FPHA tradicional e proposto (Algoritmos 1, 2, 3 e 4).

Erros percentuais absolutos médios [%]					
Usina	FPHA x FPH	FPHccA1 x FPHAccA1	FPHccA2 x FPHAccA2	FPHccA3 x FPHAccA3	FPHccA4 x FPHAccA4
1	0,965	2,989	2,835	2,835	2,876
2	2,982	2,476	2,845	2,850	3,187
3	0,710	2,850	1,470	3,289	2,957

Constata-se também que a FPHA é uma boa aproximação da FPH, com erro menor que 1% em alguns casos. Entretanto, isso pode significar que, ao se considerar dados mais realistas para a FPH, a FPHA pode se tornar menos precisa, sendo verificado na seção 4.5, quando as funções são comparadas com o algoritmo genético.

#### 4.5 Algoritmo genético

Na Tabela 2 são mostrados os erros das funções exatas comparativamente à função obtida pelo GA utilizando as curvas colinas. Assim, constatamos que ao utilizar um modelo heurístico que considera as curvas colinas, pode-se obter melhores resultados do que a modelagem tradicional com a produtividade específica. O melhor resultado obtido foi para o Algoritmo 4 proposto, em que o erro percentual médio foi a metade do erro do modelo tradicional.

A Tabela 3 mostra análise semelhante, porém com as funções aproximadas. Neste caso, a FPHAccA1 apresentou o menor erro, com valor de 1,989%. Observa-se que os erros dos algoritmos propostos (FPHAcc) ainda são melhores do que do modelo tradicional FPHA, no entanto, os valores são maiores do que na Tabela 2, isso acontece pois, após a convexificação a aproximação por partes, as características de “ondulação” das curvas se perdem, causando aumento do erro. Também se pode constatar que a FPH e a FPHA exibem o mesmo erro em relação ao algoritmo genético, comprovando que a FPHA é uma excelente aproximação de sua função exata.

Tabela 2 – Erros percentuais absolutos médios entre o GA e as funções de produção exatas para usina 1.

Erros percentuais absolutos médios [%]				
FPHccGA x FPH	FPHccGA x FPHccA1	FPHccGA x FPHccA2	FPHccGA x FPHccA3	FPHccGA x FPHccA4
2,298	1,894	1,556	2,359	1,099

Tabela 3 – Erros percentuais absolutos médios entre o GA e as funções de produção aproximadas para usina 1.

Erros percentuais absolutos médios [%]				
FPHccGA x FPHA	FPHccGA x FPHAccA1	FPHccGA x FPHAccA2	FPHccGA x FPHAccA3	FPHccGA x FPHAccA4
2,299	1,989	2,008	2,266	2,004

#### 4.6 Comparação entre os algoritmos

Constatou-se que os Algoritmos 2 e 4 têm as melhores metodologias para realizar a distribuição do turbinamento da usina, visto que ambos trabalham próximos ao ponto efetivo da curva de eficiência e apresentaram os menores erros quando comparados ao algoritmo genético. O Algoritmo 1, apesar de ser mais simples, mostrou bons resultados, principalmente para a função de produção aproximada, como pode ser observado na Tabela 3, em que

a aproximação pela envoltória convexa deixou a  $FPH_{Acc_{A1}}$  mais próxima do GA. O Algoritmo 3 apresentou maiores erros em decorrência do tratamento da vazão remanescente, em que uma máquina acabou recebendo um turbinamento muito pequeno, que poderia ter sido alocado em outra máquina, não havendo necessidade de utilizá-la para turbinar um valor tão baixo de vazão, o que acabou acarretando também em uma redução da geração.

## 5.0 - CONCLUSÃO

Este trabalho propôs duas modelagens da função de produção hidroelétrica, uma exata ( $FPH_{cc}$ ) e outra aproximada ( $FPH_{Acc}$ ), considerando as curvas de eficiência (curvas colinas) das unidades geradoras, cujo objetivo é representar a operação horária em modelos de mais longo prazo de forma mais realista. Para tal, construíram-se curvas colinas médias para as unidades geradoras, a partir de curvas colinas instantâneas e com base em distribuições de probabilidade da variação horária de sua geração, em relação a um valor médio semanal. Foram feitas análises da metodologia proposta em três usinas do SIN e os resultados comparados com o modelo DECOMP, utilizado atualmente no setor elétrico. Observou-se que este último modelo possui um erro maior que os modelos exatos propostos, em relação ao cálculo feito utilizando as curvas colinas. Com relação aos modelos aproximados, que são de fato utilizados nos modelos de coordenação hidrotérmica, também se observou melhora em relação aos erros, porém ficou constatado que, ao se utilizar essas curvas colinas, alguns aspectos da modelagem são perdidos com a aproximação linear por partes. Essa análise ratifica os ganhos que se tem ao considerar as curvas colinas no cálculo da função de produção no DECOMP, para um melhor aproveitamento da vazão da usina e, conseqüentemente, um aprimoramento ainda maior do planejamento da operação hidroelétrica.

## 6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) DINIZ, A. L., COSTA, F. S., MACEIRA, M. E. P., et al. "Short/Mid-Term Hydrothermal Dispatch and Spot Pricing for Large-Scale Systems – the Case of Brazil", 20th Power Systems Computation Conference, jun. 2018.
- (2) DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. "A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects", IEEE Trans. Power Syst., v.23, n.3, 1298–1308, 2008.
- (3) EPE, "Metodologia de Cálculo de Parâmetros Energéticos Médios: Rendimento e Perda Hidráulica". Estudos para a Licitação da Expansão da Geração EPE-DEE-RE-037/2011-r2, abr. 2013.
- (4) GUEDES, L. S. M., MAIA, P. M., LISBOA, A. C., et al. "A unit commitment algorithm and a compact MILP model for short-term hydro-power generation scheduling", IEEE Trans. Power Syst, v.32, n.5, 3381-3390, 2017.
- (5) FINARDI, E. C., DA SILVA, E. L. "Unit commitment of single hydroelectric plant", Electric Power Systems Research, v. 75, pp. 116–123, 2005.
- (6) FINARDI, E. C., SILVA, E. L. D., SAGASTIZÁBAL, C. "Solving the unit commitment problem of hydropower plants via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming", Computational and Applied Mathematics, v. 24, n. 3, pp. 317–341, 2005,
- (7) ARCE, A., OHISHI, T., SOARES, S. "Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipú Hydroelectric Plant", IEEE Trans. Power Syst., v. 17, n. 1, pp. 154–158, 2002.
- (8) DINIZ, A. L., ESTEVES, P. P. I., SAGASTIZÁBAL, C. A. "A Mathematical Model for the Efficiency Curves of Hydroelectric units", IEEE PES General Meeting, Tampa, FL, 2007.

## 7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS



**Lillian Takahata Yocogawa:** é graduada em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ, 2019). Foi estagiária no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL, 2018), local onde desenvolveu este trabalho.

**Lilian C. Brandão:** possui graduação em Engenharia Elétrica (2014) pela UFMG, MG, Brasil. Diploma de engenheiro nível master (2013) pela *Ecole Supérieure d'Ingénieurs en Électronique et Electrotechnique*, Paris, França. Mestrado em Engenharia de Sistemas e Computação (2018) pela UFRJ / COPPE, RJ, Brasil. É pesquisadora no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, desde 2014.

**André L. Diniz:** possui graduação em Engenharia Civil (1997), mestrado em Engenharia de Transportes (2000) e doutorado em Otimização pelo Programa de Engenharia de Sistemas e Computação (2007), todos pela UFRJ / COPPE. Em 2014 realizou um pós-doutorado no Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics. É pesquisador e chefe do Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente (DEA) do CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, e professor adjunto da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, no departamento de Estatística. Tem grande experiência na área de programação matemática e otimização, especialmente aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.